

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Tomislav Marić

Zagreb, 2008

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

**NUMERIČKA STUDIJA
UDARA KAPLJICE U KOSE
POVRŠINE**

Voditelj rada:

prof. dr. sc. Hrvoje Jasak

Tomislav Marić

Zagreb, 2008

Sažetak

Numeričke simulacije udara kapljice u kose površine su do nedavno bile ograničene na slučajeve kod kojih se uz mala odstupanja moglo pretpostaviti osnosimetrično strujanje. Mogućnost simuliranja asimetričnih dvofaznih strujanja korištenjem paralelnih računala i snažnog računalnog alata kao što je OpenFOAM bilo je glavni motiv za izradu ovog rada.

Parametri koji opisuju proces udara kapljice u površinu zida su povezani sa vrijednostima određenim eksperimentalnim proučavanjem. Objašnjen je matematički model dvofaznog strujanja sa slobodnom površinom na kojem se temelji numeričko rješenje, opisane su prilagodbe aplikaciji interFoam koja strujanje rješava numerički, kao i aplikacija za obradu rezultata simulacija koja je izrađena u okviru rada u programskom jeziku C++. Usporedba rezultata eksperimenta i simulacija prikazane su u obliku dijagrama.

Ključne riječi: numeričke simulacije, OpenFOAM programski paket, asimetrično dvofazno strujanje, slobodna površina, C++ programski jezik, matematički model.

Sadržaj

Sadržaj	i
Popis slika	ii
Popis oznaka	ii
Izjava	v
1 Uvod	1
2 Opis eksperimenta	2
2.1 Uvod	2
2.2 Eksperimentalni aparat	2
2.3 Opis postupka mjerenja	4
2.4 Sažetak poglavlja	7
3 Numerička simulacija tokova sa slobodnom površinom	8
3.1 Uvod	8
3.2 Matematički model toka fluida sa slobodnom površinom . .	8
3.3 OpenFOAM software i strujanja sa slobodnom površinom . .	13
3.4 Sažetak poglavlja	28
4 Usporedba rezultata simulacije i eksperimenta	29
4.1 Uvod	29
4.2 Parametri proučavanih slučajeva	29
4.3 Usporedba numeričkih rezultata i rezultata eksperimenta . .	33
4.4 Sažetak poglavlja	40
5 Zaključak	41
Literatura	42

Popis slika

2.1	Eksperimentalni aparat.	2
2.2	Mjerenje brzine kapljice.	5
3.1	Prvi kontakt kapljice pri udaru u vosak.	16
3.2	Prvi kontakt kapljice pri udaru u staklo.	16
3.3	Simetrija kapljice u odnosu na pravac gibanja.	17
3.4	Asimetrija kapljice u presjeku nacrtne projekcije.	18
4.1	Početni trenutak simulacije.	30
4.2	Visina kapljice u trenutku t_0	31
4.3	Dijagram $x_f = f(t^*)$ za staklo.	33
4.4	Dijagram $x_f = f(t^*)$ za vosak.	34
4.5	Dijagram $x_b = f(t^*)$ za staklo.	35
4.6	Dijagram $x_b = f(t^*)$ za vosak.	36
4.7	Dijagram $y^* = f(t^*)$ za staklo.	37
4.8	Dijagram $y^* = f(t^*)$ za vosak.	38
4.9	Asimetrija kosog udara.	38
4.10	Prskanje pri udaru u podlogu.	39
4.11	Promjena sfernog oblika kapljice	40

Popis oznaka

Oznaka	Značenje	Mjerna jedinica
a	udaljenost između dvaju ekspozicija kapljice	px
b	udaljenost između kapljice i zida	px
C_o	Courantov broj	
D	promjer kapljice	m
D_e	ekvivalentan promjer kapljice	m
D_h	horizontalan promjer kapljice	m
D_v	vertikalni promjer kapljice	m
\mathbf{f}_σ	vektor površinske gustoće sila površinske napetosti	N/m^3
\mathbf{g}	vektor gravitacijske akceleracije	m/s^2
h	početna visina kapljice	m
\mathbf{n}	vektor normale	m
p	tlak	Pa
p_a	tlak na kraju prijelaznog područja	Pa
p_t	tlak u prijelaznom području	Pa
\mathbf{r}	radijvektor položaja	m
Re	Reynoldsov broj	
R_1, R_2	radijusi zakrivljenosti plohe	m
S_c	mjerilo slike	px/mm
t	vrijeme mjereno od početka simulacije	s
t_1	vrijeme prvog kontakta kapljice i podloge	μs
u	brzina udara	m/s
u_θ	parametar brzine	
v_0	brzina početnog trenutka simulacije	m/s
We	Weberov broj	
x_b	faktor stražnjeg proširenja	
x_f	faktor prednjeg proširenja	
y	visina središta najvišeg k. volumena	m
y^*	faktor najviše visine vrha	
z_b	stražnja udaljenost od točke prvog udara	m
z_f	prednja udaljenost od točke prvog udara	m
α	kut udara	$^\circ$
γ	indikatorska funkcija	
γ_a	vrijednost γ na kraju prijelaznog područja	
γ_t	vrijednost γ u prijelaznom području	
δt	vrijeme između ekspozicija	μs
θ_a	propagirajući statički kontaktni kut	$^\circ$
θ_d	dinamički kontaktni kut	$^\circ$

Oznaka	Značenje	Mjerna jedinica
θ_0	ravnotežni i statički kontaktni kut	$^{\circ}$
θ_r	povlačeći statički kontaktni kut	$^{\circ}$
κ	koefficient srednje zakrivljenosti plohe	
μ	dinamička viskoznost	Pas
ρ	gustoća	kg/m^3
σ	površinska napetost	N/m

Izjava

Izjavljujem da sam rad izradio samostalno.

Želim zahvaliti svojem mentoru, profesoru dr. sc. Hrvoju Jasku na pomoći, velikom strpljenju i smirujućim savjetima koji su mi pomogli da ovaj rad privedem kraju.

Također zahvaljujem Edinu Berberoviću, mr. sc. i Dubravku Matijaševiću, dipl. ing. na njihovoj pomoći i savjetima.

Zahvaljujem Šefku Šikalu, dr. sc. na eksperimentalnim i ostalim podacima njegove doktorske disertacije bez kojih ovaj rad ne bi bio potpun.

1 Uvod

Dvofazna strujanja sa slobodnom površinom su česta fizikalna pojava koja se pokazala bitna u brojim industrijskim procesima. Dobar primjer su termoelektrane koje koriste vrlo velike bojlere kako bi ugrijale vodu i doveli je u parno stanje, da bi ona tada bila u mogućnosti pokrenuti parne turbine. Konstruiranje takvih bojlera zahtjeva detaljno razumijevanje fizike dvofaznog strujanja (posebno ponašanja fluida pri padu tlaka). Dvofazno strujanje je na sličan način važno u nuklearnim elektranama gdje se voda koristi za hlađenje jezgre nuklearnog reaktora. Na tom polju je dvofazno strujanje detaljno istraživano kako bi se mogli konstruirati takvi sustavi dovodnih cijevi da u njima ne dolazi do pukotina ili pada tlaka. Kavitacijski proces u hidrotehnici predstavlja također zanimljiv model dvofaznog strujanja, jer može uzrokovati velika oštećenja na konstrukcijama poput propelera gdje u područjima nižih vrijednosti tlaka, tamo gdje one dosežu vrijednosti tlaka zasićenja, voda lokalizirano mijenja agregatno stanje: formira se mjehurić, koji kasnije implodira djelujući erozivno na materijal.

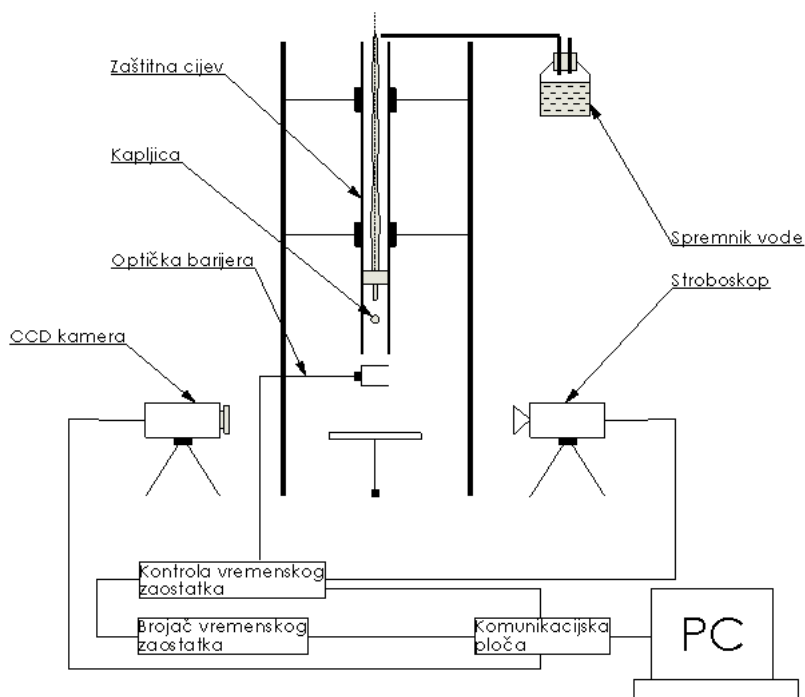
Zadatak ovoga rada je bilo promatranje udara kapljice u kosu podlogu. U tu svrhu, u drugom poglavlju promatrani su bitni čimbenici tog procesa koji su izvedeni eksperimentalnim proučavanjem, a posebno oni koji imaju izravan doticaj sa simulacijama jer se uključuju u numerički proračun kao početni uvjeti ili posredno kao njihov segment. U trećem poglavlju opisan je matematički model dvofaznog strujanja i tako postavljen temelj za numeričko rješavanje procesa udara kapljice u zid. Za numeričko rješavanje udara kapljice u kosu podlogu korišten je programski paket OpenFOAM, pa je zbog toga dio trećeg poglavlja posvećen opisu pred i post-procesiranja slučaja u OpenFOAM-u. Četvrto poglavlje opisuje parametre eksperimenta bitne za numerički proračun i sadrži dijagrame koji opisuju usporedbu eksperimentalnih i numeričkih rezultata u obliku dinamike procesa udara kapljice u kosu podlogu. Peto poglavlje daje kratak pregled rada kao i zaključke.

2 Opis eksperimenta

2.1 Uvod

Eksperimentalna studija korištena u ovom radu napravljena je na Sveučilistu u Darmstadtu 2002. godine i opisana je u doktorskoj disertaciji dr. sci. Šefka Šikala iz Mašinskog fakulteta Univerziteta u Sarajevu. Preciznost mjerenja vrijednosti parametara procesa udara kapljice u podlogu određena je sofisticiranošću mjernog aparata, ali i načinom mjerenja. Mjerni aparat, način mjerenja i dobivena odstupanja su detaljno opisana u ovom poglavlju.

2.2 Eksperimentalni aparat



Slika 2.1: Eksperimentalni aparat.

Shema aparata koji je bio korišten za eksperimentalnu studiju udara kapljica u površinu prikazana je na slici 2.1. Iz povišenog spremnika dobavna cijev vodi do precizne igle od nehrđajućeg čelika sa ravnim vrhom. Promjer kapljice je određen promjerom igle. Korištene su dvije igle; igla promjera 0.8 mm je korištena za sve kapljevine i Weberove brojeve koji su bili proučavani,

dok se igla promjera 0.4 mm koristila samo za izopropanol. Kako bi kapljica za vrijeme pada bila zaštićena od strujanja okolnog zraka, igla je bila smješena u cijev od pleksiglasa. Kapljica pada sa predodređene visine, koja po principu slobodnog pada određuje brzinu u trenutku prvog dodira sa podlogom. Na određenoj visini u odnosu na ciljanu površinu, kapljica prolazi kroz svjetlosnu barijeru koja generira električni impuls. Puls putuje do elektroničkog sklopa s kašnjenjem i tako aktivira, nakon zadržavanja, sklop s prijenosom naboja na kameri i stroboskop. Mjerač vremena prati vremenski zaostatak. Budući da vremenski zaostatak mijenja svoj iznos, slike se mogu uhvatiti pomoću kamere u različitim trenucima nakon prvog kontakta kapljice i podloge. Slike se spremaju u digitalnom formatu (BMP i TIF) na računalu radi kasnije analize. Visokorezolucijska CCD (charge coupled device) kamera (Sensiam PCO) ima brzinu blende 100 ns sa maksimalnim dinamičkim intervalom od 12 bitova (4096 razina sive) i prostornom rezolucijom 1280x1024 pixela. Različite razine uvećanja od 0.7 do 0.45 se mogu postići koristeći poseban sustav leća (Cosmicar). Prostorna rezolucija (broj pixela po mm) se računa pomoću relacije $M \cdot 70$ pixel/mm. Prostorna rezolucija je bila kalibrirana uz pomoć kalibracijske skale. Povećanje je na takav način upravljano da slika može obuhvatiti maksimalno proširenje kapljice. Kamera posjeduje mogućnost višestruke ekspozicije: moguće je nasnimiti do deset slika na jedan okvir sa vremenskim zaostatkom do 1 ms između pojedinih ekspozicija. Vrijeme izlaganja je određeno između $1\mu s$ i $5\mu s$ kako bi se postigle oštre slike bez jakog izvora svjetlosti. Korištenjem mogućnosti višestruke ekspozicije brzina kapljice, kao i prošireni promjer, mogli su biti precizno mjereni. Slike su napravljene korištenjem unutarnje blende, koja je pokrenuta sa početnim impulsom kojeg je generirala kapljica prolazeći kroz svjetlosnu barijeru, sa predodređenim vremenom zadržavanja i vremenom zadržavanja između pojedinih ekspozicija definiranim pomoću računalnog programa "SensiControl".

Za dobivanje pozadinskog osvjetljenja u kratkom vremenu, koje je potrebno za višestruke ekspozicije, korišten je projektor dijapozitiva sa staklenim difuzorom kako bi se dobio uniforman, snažan, difuziran izvor svjetlosti. Kratko vrijeme osvjetljenja je omogućilo nizak omjer signal/buka. Kamera može snimiti jednu sliku udara kapljice u određeno vrijeme zadržavanja (u odnosu na početni signal). Za snimanje pojedinačnih slika korišten je stroboskop sa visokim svjetlosnim intenzitetom (Cermox) sa Xenon lampom i trajanjem osvjetljenja od $2\mu s$, što je omogućilo dobivanje jasno izraženih kontura, a time i preciznije mjerenje. Slike su procesirane pomoću računalnog programa Optimas.

Kamera je bila smještena na pomičnu platformu koja se sastojala od rotacijskih i translacijskih dijelova sa mogućnosti trodimenzionalne transla-

cije i dvije rotacije. Fokus na kameri je bio korigiran pomoću translacijskih dijelova platforme. Kamera je bila poravnata horizontalno i tako postavljena paralelno sa sa horizontalno položenom metom, kako bi kontaktna linija bila jasno vidljiva, tj. kako bi se mjerne veličine mogle preciznije mjeriti. Ciljana ploča u koju udara kapljica je također bila smještena na potporanu konstrukciju koja se mogla pomicati rotacijski i translacijski. Precizan rotacijski dio je korišten kako bi se što točnije odredio kutni nagib ploče. Postavljena skala koja je stupnjevana sa rezolucijom od 0.5° , služila je za početno grubo podešavanje. Precizno kutno pozicioniranje i prikaz visoke rezolucije je omogućio računalni alat za procesiranje slika.

Korištene su tri kapljevine u eksperimentima: voda, izopropanol i glicerol (85%). Kut nagiba udarne ploče se može mjeriti izravno sa kutne skale ugrađene u postolje ploče i također iz slika koje je snimila kamera sa preciznosti $\pm 0.5\%$. Brzina prvog kontakta s podlogom (brzina udara) je mjerena iz dvije uzastopne slike prije samog kontakta s podlogom sa točnošću od 2%. Od ostalih odstupanja kod eksperimenta bitno je napomenuti $\pm 4\mu\text{m}$ odstupanja kod određivanja promjera kapljice i odstupanja u proračunavanju Weberovog broja (manja od 3.8%). Kapljica se odvaja od igle u trenutku kada gravitacijska sila svlada silu površinske napetosti. Tijekom formiranja, kapljica je izduženog oblika, ali površinska napetost nastoji oblikovati kapljicu tako da postigne najmanju površinu, tj. oblikuje kapljicu u oblik sfere. Na taj način sila površinske napetosti djeluje kao uzbudna sila koja uzrokuje oscilacije u obliku kapljice, a te oscilacije zamiru s vremenom kod manjih kapljica, ali se mogu nastaviti kod većih kapljica. Visoka vrijednost viskoznosti kapljevine djeluje kao prigušivač oscilacija oblika kapljice.

2.3 Opis postupka mjerenja

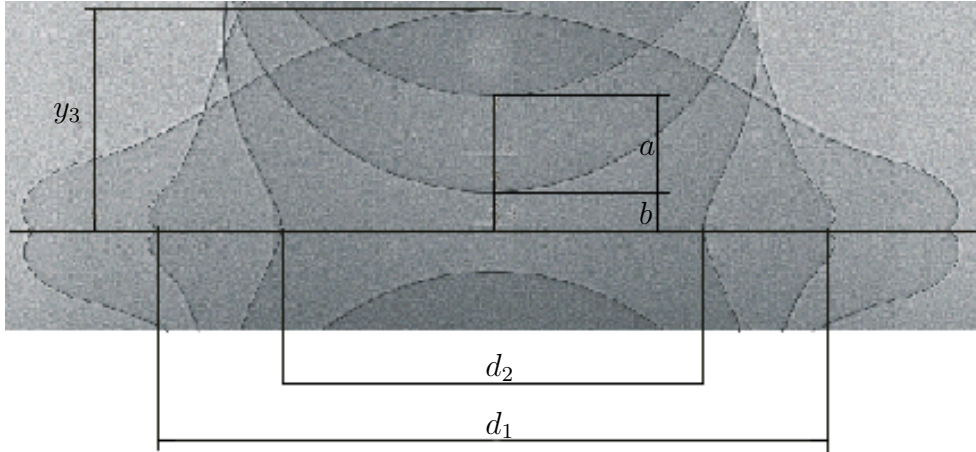
Početni uvjeti udara kapljice u kosu podlogu su u potpunosti određeni sa dva bezdimenzijska parametra: Weberovim brojem (We) i Reynoldsovim brojem (Re).

$$We = \frac{\rho D u^2}{\sigma}, \quad (2.1)$$

gdje je ρ gustoća fluida, D je promjer kapljice, u je iznos brzine kapljice u trenutku prvog kontakta s podlogom, a σ je površinska napetost.

Weberov broj predstavlja omjer inercijskih sila i sila površinskih napetosti.

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu}, \quad (2.2)$$



Slika 2.2: Mjerenje brzine kapljice.

gdje je μ dinamička viskoznost.

Reynoldsov broj predstavlja omjer inercijskih i viskoznih sila.

Za proračun tih parametara korištena je vrijednost ekvivalentnog promjera kapljice. Promjer kapljice je bio mjeren sa kalibriranih slika procesa udara u trenucima neposredno prije prvog kontakta s podlogom. Ako kapljica nije bila savršeno sfernog oblika, mjerena su dva promjera: vertikalni (D_v) i horizontalni (D_h). Rezultirajući ekvivalentan promjer zadan je izrazom

$$D_e = (D_h^2 \cdot D_v)^{1/2}, \quad (2.3)$$

uz pretpostavku da je kapljica rotacijski simetrična u odnosu na svoju vertikalnu os. Uglavnom su razlike u mjerenju D_h i D_v bile manje od 0.4% za $We=50$ i manje od 4.3% za $We=1060$ kod mjerenja kapljice glicerina, dok su razlike bile nešto veće kod mjerenja promjera kapljice vode (6.4%) i propanola (22% za $We=50$ i manje od 2.5 % za $We=544$). Slika 2.2 pokazuje na koji način je mjerena brzina kapljice pri prvom kontaktu sa podlogom.

Kamera je snimila više fotografija uzastopno razmaknutih sa prethodno određenim vremenskim zaostacima. Brzina je određena nakon preciznog mjerenja dvaju superponiranih ekspozicija slijedećim izrazom:

$$u = 10^3 \cdot \frac{a(px)}{S_c(px/mm) \cdot \delta t(\mu s)}, \quad (2.4)$$

gdje je a udaljenost između slika kapljice dvaju uzastopnih ekspozicija koje su slikane neposredno prije kontakta sa podlogom mjerena u pikselima

(px), δt (μs) je vrijeme zaostatka između dvije uzastopne ekspozicije, a S_c (px/mm) je mjerilo slike. Vrijeme koje odgovara trenutku prvog kontakta s podlogom se računa prema izrazu:

$$t_1 = \left(1 - \frac{b}{a}\right) \cdot \delta t, \quad (2.5)$$

gdje je b udaljenost između kapljice i zida na ekspoziciji koja je uhvaćena neposredno prije trenutka prvog kontakta sa podlogom. Postignuta je preciznost do u 3 piksela prilikom procjene konture kapljice: ako je mjerilo slike 214 px/mm bilo korišteno za mjerenje veličine kapljice, tada 1 px odgovara $4.7\mu m$. Preciznost mjerenja vremena je uglavnom definirana sa nesigurnošću prilikom određivanja trenutka prvog kontakta s podlogom: u najgorom slučaju preciznost 1 px je odgovarala vremenskom odstupanju u iznosu $5\mu s$.

Kontakt kapljice s podlogom je bitan proces kod udara kapljice u podlogu, jer on izravno određuje način na koji kapljica ovlažuje površinu, a time ostvaruje bitan utjecaj na dinamiku procesa udara kapljice dijagramski opisanom u četvrtom poglavlju. Kontakt kapljice s podlogom pak definiran odnosom adhezivnih sila fluida u kontaktu s podlogom i sila kohezije između fluida i podloge. Ako su adhezivne sile jače od sila kohezije, tada kapljica slabije ovlažuje podlogu, a ako su jače sile kohezije, tada kapljica lakše prekriva površinu. Prekrivanje (ovlaživanje) površine je izrazito bitno svojstvo koje se često javlja u već spomenutim industrijskim i rashladnim procesima. Odnos adhezijskih i kohezijskih sila se na makroskopskoj razini opisuje preko kontaktnog kuta, tj. kuta između tangente na slobodnu površinu i linije podloge. Kontaktni kut može biti promatran kada je kapljica u stanju mirovanja, ili kad se kapljica giba. Stoga, s obzirom na gibanje kapljice, definiramo statički i dinamički kontaktni kut.

Statički kontaktni kut se mjeri kao vrijednost unutar intervala dvaju mjerenih kontaktnih kuteva, propagirajućeg i povlaćećeg statičkog kontaktnog kuta. Oznake tih dvaju kuteva su preuzete iz literature (Šikalo 2002) i one glase: advancing (θ_a) i receding (θ_r). Kut θ_a je onaj kut koji je ostvaren dodavanjem mase stabilnoj kapljici do trenutka prije proširenja kontaktne kružnice, a kut θ_r je onaj kut koji se ostvari oduzimanjem mase stabilnoj kapljici do trenutka prije smanjenja promjera kontaktne kružnice. Tako mjereni θ_a i θ_r kutevi predstavljaju ulazne vrijednosti za model dinamičkog kontaktnog kuta koji puno bolje od statičkih kuteva odgovara realnom fizikalnom procesu i koji je korišten u računalnom alatu OpenFOAM tijekom numeričkih simulacija procesa udara. Ovdje je bitno primjetiti zavisnost točnosti numeričke simulacije o točnosti mjerenja parametara udara. Ako su θ_a i θ_r izmjereni na neodgovarajući način, onda niti dobar model dina-

mičkog kuta ne može dati zadovoljavajuća rješenja. Treba također napomenuti da greška u modelu dinamičkog kontaktnog kuta jednako bitno utječe na ovlaživanje površine od strane kapljice, tj. na točnost numeričke simulacije. Iznosi statičkih kuteva za pojedinu površinu preuzeti su iz literature (Šikalo 2002).

2.4 Sažetak poglavlja

U ovom poglavlju je opisano mjerenje iznosa najbitnijih parametara udara kapljice u podlogu koji su poslužili kao početni uvjeti pri izvođenju računalnih simulacija, što će detaljno biti opisano u slijedećim poglavljima.

3 Numerička simulacija tokova sa slobodnom površinom

3.1 Uvod

Ovo poglavlje će opisati matematički model dvofaznog toka fluida sa slobodnom površinom, kao i postupak numeričkog rješavanja jednadžbi tog modela. Parametri procesa udara opisani u prethodnom poglavlju će biti uvedeni kao elementi jednadžbi koje tvore matematički model strujanja. Detaljno su opisane aplikacije programirane u sklopu ovog rada, koje su služile analizi rezultata i proračunu parametara udara. Opis matematičkog modela dvofaznog strujanja je preuzet iz literature (Ubbink 1997).

3.2 Matematički model toka fluida sa slobodnom površinom

Za viskozno strujanje fluida u ovom radu je pretpostavljeno da je fluid nestlačiv, da se radi o laminarnom strujanju fluida i da je fluid izložen djelovanju gravitacijskih sila i sila površinske napetosti.

Matematički opis takvog fluida svodi se na sustav dviju jednadžbi: jednadžbe kontinuiteta i jednadžbe količine gibanja. Problem nastaje kada je potrebno opisati spareno strujanje dvaju takvih fluida koje dijeli slobodna površina, čiji oblik i ponašanje određuju vrijednosti vezane za površinsku napetost i hrapavost površine (θ_a i θ_r), a čiji oblik i položaj je dio rješenja. Da bi to bilo moguće, korišten je model jednadžbi koji omogućava promatranje dvaju fluida kroz isti sustav jednadžbi, tj. rješavan je sustav jednadžbi za jedan kontinuum, dok je razdvojenost dvaju nestlačivih fluida koji se međusobno ne miješaju na mikroskopskoj razini opisana dodavanjem još jedne jednadžbe u postojeći sustav. Sustav jednadžbi se sastoji od:

- jednadžbe kontinuiteta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3.1)$$

gdje je ρ gustoća fluida, a \mathbf{u} je njegova brzina

- jednadžbe količine gibanja:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \mathbf{T}) = \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\sigma, \quad (3.2)$$

gdje je \mathbf{g} vektor akceleracije gravitacije, a \mathbf{f}_σ je vektor sila površinske napetosti sveden na jedinicu volumena

- modela tenzora naprezanja \mathbf{T} koji opisuje linearan Newtonovski fluid:

$$\mathbf{T} = - \left(p + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \mathbf{I} + \mu (\nabla \otimes \mathbf{u} + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T), \quad (3.3)$$

gdje je \mathbf{I} je jedinična matrica, a μ dinamička viskoznost.

Dodatne jednadžbe koje opisuju skok u gustoći i viskoznosti kroz slobodnu površinu (granicu dvaju fluida) glase:

$$\rho = \gamma \rho_1 + (1 - \gamma) \rho_2, \quad (3.4)$$

$$\mu = \gamma \mu_1 + (1 - \gamma) \mu_2, \quad (3.5)$$

gdje su indeksi 1 i 2 oznake za razlikovanje dvaju fluida. Indikatorska funkcija γ je definirana kao $\gamma = \gamma(\mathbf{r}, t)$ i glasi:

$$\gamma(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 0 & \text{ako je točka unutar fluida 2,} \\ 1 & \text{ako je točka unutar fluida 1.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Očito je da je riječ o funkciji sa skokom u vrijednosti i ako se uzmu u obzir jednadžbe 3.4 i 3.5, vidimo da upravo zbog $\gamma = \gamma(\mathbf{r}, t)$ funkcije fizikalnih svojstava imaju skok vrijednosti na slobodnoj površini tj. granici dvaju fluida. Takav skok u vrijednosti je nepovoljan za diferencijaciju jednadžbi 3.1 i 3.2 koja se provodi kada se one numerički rješavaju metodom konačnih volumena.

Veličina γ je svojstvo koje je vezano za svaki fluid i zbog toga propagira zajedno sa fluidom kada se on giba. Zbog toga je njegova materijalna derivacija jednaka nuli, tj:

$$\frac{D\gamma}{Dt} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \gamma = 0 \quad (3.7)$$

Da bi jednadžbe 3.1 i 3.2 bile rješive, one moraju biti kontinuirane i derivabilne po cijeloj domeni kontinuuma, a da bi se točno riješila zakrivljenost slobodne površine, funkcija $\gamma(\mathbf{r}, t)$ mora zadovoljiti ta dva uvjeta i još biti dvostruko derivabilna. Da bi se sve to postiglo, potrebno je modelirati

funkciju $\gamma(\mathbf{r}, t)$ tako da umjesto skoka vrijednosti sa 0 na 1 na slobodnoj površini, funkcija kontinuirano mijenja svoju vrijednost na nekoj malenoj konačnoj debljini δ .

$$\gamma(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 0 & \text{točka je unutar fluida 2,} \\ 0 < \gamma_\delta < 1 & \text{točka je unutar prijelaznog područja,} \\ 1 & \text{točka je unutar fluida 1.} \end{cases} \quad (3.8)$$

Ta jednadžba zaokružuje sustav jednadžbi za sustav dva fluida koji teku laminarno. Jednadžbe su opće i mogu se riješiti analitički ali samo za najjednostavnije slučajeve. Ako se promatraju realni fizikalni procesi, taj sustav jednadžbi je potrebno riješiti numerički. Zbog diskontinuiteta $\rho \mathbf{u}$, jednadžbe u dosad zapisanom obliku nisu pogodne za numeričko rješavanje, pa se zbog toga preformulira jednadžba kontinuiteta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}.$$

Ako je materijalna derivacija svojstva gustoće fluida jednaka

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho$$

i toj jednadžbi sa desne strane dodamo i oduzmemo $\rho \nabla \cdot \mathbf{u}$, tada vrijedi

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} - \rho \nabla \cdot \mathbf{u}$$

Prepoznamo li u prva dva člana jednadžbe s desne strane jednakosti jednadžbu kontinuiteta tj. jednadžbu 3.1, znamo da ona jednaci 0, pa onda dobijemo:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{-1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{D(\ln \rho)}{Dt} = 0 \quad (3.9)$$

Ova transformacija jednadžbe kontinuiteta je napravljena zbog skoka vrijednosti u količini gibanja koji je prisutan na granici dvaju fluida (slobodnoj površini). Kako se oba fluida međusobno ne miješaju, slobodna površina je nepropusna. Zbog toga vrijedi da je brzina fluida 1 jednaka brzini fluida 2 na slobodnoj površini: brzina je jednaka, a gustoća različita ponekad i u pet redova veličine. Radi toga se količina gibanja razlikuje na slobodnoj površini.

Nakon uvrštenja izraza 3.4, uzimajući u obzir jednadžbu 3.8, jednadžba 3.9 poprima slijedeći oblik:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{u} &= \frac{-1}{\rho} \frac{D}{Dt} (\gamma (\rho_1 - \rho_2) + \rho_2) \\ &= \frac{-(\rho_1 - \rho_2)}{\rho} \left(\frac{D\gamma}{Dt} \right) = 0.\end{aligned}\quad (3.10)$$

Ovo pokazuje da se zaista radi o nestlačivom strujanju dvaju nemješljivih fluida.

Jednadžba 3.10 može se upotrijebiti da se jednadžba 3.8 zapiše u konzervativnom obliku koji je pogodniji za njeno integriranje po volumenu konačnog volumena primjenom Gaussova teorema, tj. pogodniji za rješavanje metodom konačnih volumena.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma \mathbf{u}) = 0. \quad (3.11)$$

Ista relacija za nestlačivo strujanje koristi se kako bi se jednadžba količine gibanja svela na konzervativan oblik:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) - \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\sigma + \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mu. \quad (3.12)$$

Izvorski član vektora površinskih sila \mathbf{f}_σ proizlazi iz djelovanja adhezijskih sila međusobne privlačnosti između molekula fluida, tj. djelovanja površinske napetosti. To djelovanje je potrebno modelirati matematički da bi kao dio sustava jednadžbi koji određuje proces dvofaznog strujanja moglo sudjelovati u određivanju rješenja strujanja. Molekula jednog fluida koja je sa svih strana okružena molekulama je privlačena u svim smjerovima adhezijskim, unutarnjim silama. Na slobodnoj površini je situacija različita u tome što na molekulu djeluju adhezijske sile samo sa jedne strane, nastojeći na taj način smanjiti iznos slobodne površine. Upravo zbog tog razloga kapljice nastoje poprimiti oblik sfere, a površinska napetost se javlja kao uzbudna sila koja uzrokuje već spomenute oscilacije u obliku kapljice primijećene tijekom eksperimentalnog proučavanja. Iako je površinska napetost očito mikroskopska pojava, ona se modelira makroskopski: uvodi se gradijent polja tlaka na prijelazu iz jednog fluida u drugi. Prvo je potrebno opisati skok u tlaku na slobodnoj površini:

$$\Delta p = p_u - p_v = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \sigma \kappa \quad (3.13)$$

Tlak p_u je tlak sa konkavne strane zakrivljene površine, radijusi zakrivljenosti su R_1 i R_2 , κ je koeficijent srednje zakrivljenosti plohe, a σ je koeficijent površinske napetosti. Tako izražena razlika tlaka je zapravo skok u vrijednosti polja tlaka na slobodnoj površini, što ne odgovara numeričkom rješavanju metodom konačnih volumena na jednak način kao i početni izraz 3.8 koji skokovito razgraničava dva fluida na slobodnoj površini. Da bi došli do povoljnijeg izraza za numerički proračun, tj. onog koji se pojavljuje u jednadžbi količine gibanja (\mathbf{f}_σ), potrebno je taj izraz vektorskog oblika prikazati kao gradijent skalarnog polja tlaka: uz uvjet da polje nije skokovito u vrijednosti. Također treba uzeti u obzir da skok u vrijednosti tlaka postoji samo na slobodnoj površini, a jednadžba količine gibanja vrijedi za cijeli kontinuum.

Funkcija γ je "prisilno" modelirana kao kontinuirana funkcija na konačnoj debljini δ , a budući da nam ona govori gdje se nalazi granica između dvaju fluida, koristi se kako bi se odredio koeficijent srednje zakrivljenosti plohe κ . Kod CSF (Continuum Surface Force) modela koji koristi OpenFOAM, za funkciju tlaka se pretpostavlja da je slična funkciji γ unutar prijelaznog područja između dva fluida, koje ima konačnu debljinu δ . Kako je $\gamma(\mathbf{r}, t)$ funkcija koja je određena sa izrazom 3.8, očito je da njezin gradijent uvijek pokazuje u smjeru fluida 1. Ako se tako $\nabla\gamma$ iskoristi kao vektor, taj vektor je tada, zato što je izveden gradijentom skalarnog polja, okomit na izoplohu polja γ . Taj uvjet je iskorišten i dodan postojećoj aplikaciji interFoam kako bi sva polja bila zapisana u trenutku prvog kontakta s podlogom.

$$\mathbf{n} = \nabla\gamma, \quad (3.14)$$

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla\gamma}{|\nabla\gamma|} \right). \quad (3.15)$$

Srednja zakrivljenost slobodne površine je modelirana pomoću divergencije gradijenta polja γ . Kada je $\kappa > 0$ fluid 1 nalazi se sa konkavne strane slobodne površine. Ako je p_a tlak na kraju prijelaznog područja, tj. na početku fluida 2, možemo pomoću njega izračunati tlak u bilo kojoj točki prijelaznog područja p_t .

$$p_t = p_a + \sigma\kappa(\gamma_t - \gamma_a). \quad (3.16)$$

Jednadžba 3.16 se u potpunosti slaže sa jednadžbom 3.13 na cijelom prijelaznom području. Sad nije problem odrediti član jednadžbe 3.12 izvora površinskih sila \mathbf{f}_σ :

$$f_\sigma = -\sigma \left(\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \gamma}{|\nabla \gamma|} \right) \right) (\nabla \gamma). \quad (3.17)$$

Jednadžba 3.17 vrijedi samo ako je vrijednost površinske napetosti σ konstantna.

Izraz 3.14 treba zadati na mjestu kontakta kapljice i zida, jer je na tom mjestu vektor normale na slobodnu površinu određen dinamičkim kontaktnim kutem. Dinamički kontaktni kut je u OpenFOAM-u modeliran na slijedeći način:

$$\theta_d = \theta_0 + (\theta_a - \theta_r) \cdot \tanh \left(\frac{u_{wall}}{u_\theta} \right) \quad (3.18)$$

gdje je θ_0 ravnotežan kontaktni kuti (equilibrium), θ_a je propagirajući (advancing), θ_r je povlačeći kontaktni kut (receding), u_θ je parametar brzine, a u_{wall} je tangencijalna komponenta vektora brzine jako blizu površini zida.

3.3 OpenFOAM software i strujanja sa slobodnom površinom

Za numeričke simulacije korištena je aplikacija interFoam iz OpenFOAM biblioteke koja rješava probleme dvofaznog strujanja fluida. Kao što je opisano u prethodnim poglavljima, najbitniji parametri udara kapljice u kosu podlogu kao što su x_f , x_b , y^* se oslanjaju na precizno određen trenutak i položaj prvog kontakta kapljice s podlogom. Dva se problema javljaju kod toga. Prvi problem je korekcija vremenskog koraka δt koja se izvodi tijekom vremena izvođenja simulacije (runtime), a neophodna je jer interFoam aplikacija proračunava polja uz ograničenu najveću vrijednost Courantova broja. Ta korekcija uzrokuje promjenjiv vremenski korak po veličini, pa je time vjerojatnost da će se apsolutno točno uskladiti realni trenutak prvog kontakta s podlogom i onaj numerički jako malena.

Drugi problem u hvatanju prvog kontakta kapljice se direktno nadovezuje na prvi. Inicijalizacija kapljice se najčešće radi na malenim visinama u odnosu na udarnu plohu, a u tom dijelu mreže su konačni volumeni najsitniji, jer se upravo tu mjere najbitniji parametri procesa udara. Zbog spomenutog ograničenja iznosa Courantova broja ($maxCo = 0.4$), vremenski koraci su kod guste mreže u blizini udarnog zida - čak i za male početne brzine kakve su postavljene u ovom radu - izrazito kratki. Zbog toga je u controlDict datoteci, u kojoj su sadržani parametri kojima interFoam kontrolira tijek izvođenja simulacije, određena učestalost zapisa podataka sa

10 vremenskih intervala, što se može mijenjati, ali uvijek tako da se minimalizira zapisivanje podataka.

Prvi problem nije bilo moguće zaobići tijekom izrade ovog rada, a pokazalo se da nije niti potrebno, upravo zbog malenog iznosa vremenskog koraka δt . Aplikacija interFoam, kao uostalom i svi ostali numerički rješavači, koristi vremenski korak kako bi izračunala skalarna i vektorska polja u sljedećem vremenskom trenutku. Problem trenutka prvog kontakta kapljice s podlogom je u tome što je izrazito malena vjerojatnost da se on poklopi sa "sljedećim vremenski trenutkom", tj. možemo očekivati uvijek da će trenutak prvog kontakta kapljice s podlogom biti između dva uzastopna vremenska trenutka izračunata od strane aplikacije interFoam. Moguće bi bilo interpolirati fizikalna polja ta dva vremenska trenutka i preciznije odrediti trenutak kontakta, ali postojeće rješenje problema koje je izrađeno u ovom radu se pokazalo dovoljno preciznim, što pokazuju slike 3.1 i 3.2.

Problem predodređenog vremena zapisa podataka na čvrsti disk svih 10 vremenskih trenutaka uzrokuje puno veća odstupanja u određivanju točnog trenutka i položaja prvog kontakta kapljice s podlogom. Kada kapljica prvi put dotakne podlogu, veličina polja γ koje je distribuirano po konačnim volumenima od kojih je podloga sazdana će se promijeniti. Budući da funkcija γ definira kontinuiran prijelaz iz jednog fluida u drugi na konačnom tankom prijelaznom području, granica između dva fluida je u biti to područje, tj. ona nije izražena kao strogo definirana ploha. Funkcija γ poprima vrijednosti od 0 do 1, a u ovom radu je slobodna površina određena vrijednošću $\gamma = 0.5$. Testirane su i druge vrijednosti, ali one nisu pokazale nikakvu razliku u rezultatima jer je prijelazno područje izrazito tanko.

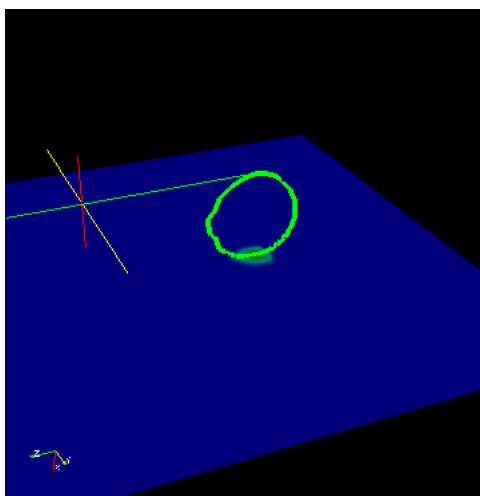
Konačni volumeni koji pripadaju udarnoj plohi su povezani u rubni uvjet (patch) pod nazivom "impactWall". Dogovorena vrijednost $\gamma = 0.5$ za granicu dvaju fluida se može testirati na rubnom uvjetu "impactWall" jer ona predstavlja signal da je kapljica prvi puta dotakla udarnu površinu. To je učinjeno unutar same aplikacije interFoam, gdje je ubačena kontrolna grana za zadani uvjet prvog kontakta kapljice s podlogom i aplikacija je programirana tako da u tom trenutku spremi polje gamma (polje funkcije $\gamma = \gamma(\mathbf{r}, t)$), koje će biti polazišna točka za kasnije proračune parametara udara u ostalim vremenskim trenucima.

Modifikacija interFoam aplikacije

```
label impactPatchID = -1;
impactPatchID =
    mesh.boundaryMesh().findPatchID("impactWall");

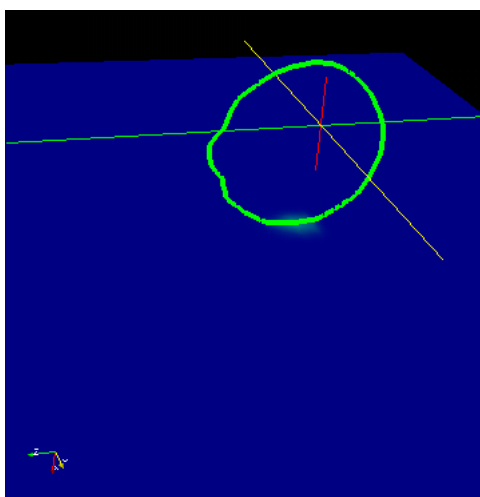
if (impactPatchID < 0)
{
    FatalErrorIn(args.executable())
        << "Cannot find patch ."
        << impactPatchID
        << abort(FatalError);
}
// Write gamma for first contact with surface
if
(
    firstContact &&
    max(gamma.boundaryField()[impactPatchID]) > 0.5
)
{
    gamma.write();
    firstContact = false;
    logFile << runTime.timeOutputValue() << endl;
}
```

Aplikaciji je zadano da, ukoliko je bilo koji konačni volumen rubnog uvjeta udarnog zida poprimio vrijednost $\gamma > 0.5$, zapiše gamma polje i aktivira logičku varijablu `firstContact` koja `interFoam` aplikaciji u slijedećem vremenskom trenutku pokazuje da nema potrebe za ponovnom provjerom prvog kontakta. Na taj način je najpreciznije moguće uhvaćen trenutak prvog kontakta s kapljicom. Slijedeće slike pokazuju numerička odstupanja tj. eventualnu potrebu za interpolacijom trenutka prvog kontakta. Kapljica bi, kao što je već rečeno, u tom trenutku trebala dodirivati udarnu površinu u jednoj točki.



Slika 3.1: Prvi kontakt kapljice pri udaru u vosak.

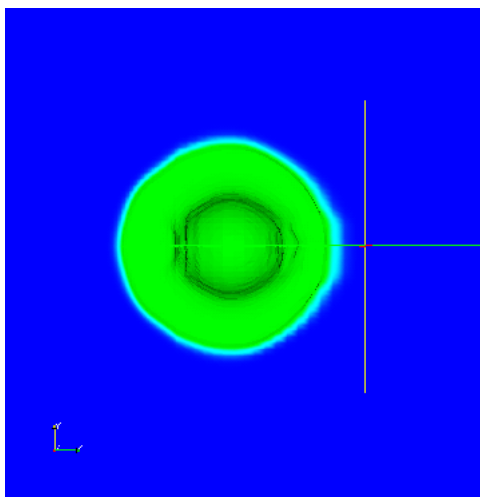
Slike 3.2 i 3.1 pokazuju liniju koja se dobije kada se kapljica (izoploha γ polja pri vrijednosti 0.5) presječe ravninom koja je paralelna vektoru njezinog gibanja prilikom udara u zid. Plava ploha ispod kapljice predstavlja rubni uvjet udarnog zida. Slike predstavljaju snimljeno polje γ u trenutku prvog kontakta kapljice s podlogom. Vidljivo je golim okom da nema prekida linije kapljice, što znači da kapljica u početnom trenutku dodiruje



Slika 3.2: Prvi kontakt kapljice pri udaru u staklo.

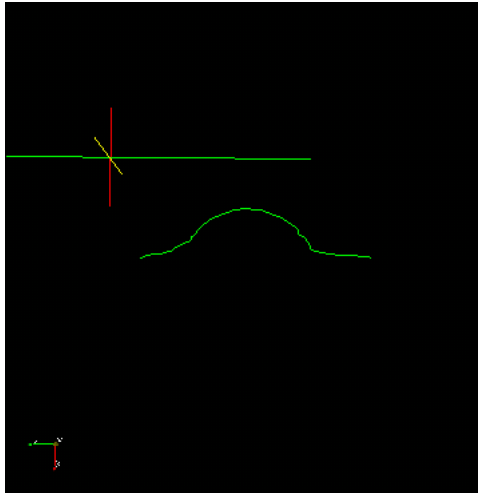
udarnu plohu u jednoj točki. Iz toga možemo zaključiti da je problem zapisivanja fizikalnih polja svakih 10 intervala zaobiđen uspješno dodavanjem kontrole u aplikaciju interFoam.

Za daljnju analizu procesa udara kapljice bilo je potrebno u svakom vremenskom trenutku izračunati vrijednosti x_f , x_b , y^* i t^* . Budući da su ti parametri zadani izrazima (4.3, 4.4, 4.5 i 4.2), očito je zašto je bitno točno odrediti trenutak prvog kontakta. Za udar kapljice u podlogu je pretpostavljeno da se radi o simetričnom procesu s obzirom na pravac gibanja kapljice. O takvom obliku simetričnosti procesa svjedoče i animacije udara koje su priložene radu i u digitalnom formatu. Budući da kapljica u svojem slobodnom padu nailazi na slobodnu površinu, a sama je aproksimirana sferom, ne postoje takvi impulsi sila koji bi taj proces učinili asimetričnim s obzirom na pravac gibanja kapljice. Proces udara je ipak asimetričan, kako je već spomenuto, ali s obzirom na podlogu, ako ju projicirano okomito na pravac pada kapljice. Slike 3.4 i 3.3 pokazuju asimetriju s obzirom na točku udara i simetriju s obzirom na pravac gibanja.



Slika 3.3: Simetrija kapljice u odnosu na pravac gibanja.

Slika 3.3 pokazuje kako se kapljica ravnomjerno širi s obzirom na pravac koji dobijemo projekcijom njezine brzine okomito na udarnu površinu. Takva simetrija omogućava pojednostavljen račun parametara udara: nema potrebe za promatranjem kontaktne površine (kontaktne kružnice) kako bi se računali parametri udara, već je dovoljno promatrati pravac koji u smjeru klizanja kapljice niz podlogu siječe kapljicu u dvije točke. Tu zadaću izvršava aplikacija "impactValues" koja je programirana u sklopu izrade



Slika 3.4: Asimetrija kapljice u presjeku nacrtne projekcije.

rada.

Slika 3.4 pokazuje kako zbog nagiba kose podloge (podloga je horizontalna, a kapljica pada pod kutem) dolazi do klizanja kapljice, pa veći dio njene mase brže putuje niz kosinu zbog djelovanja gravitacijskih sila. To je izvor asimetrije problema udara kapljice u kosu podlogu zbog kojeg su simulacije tog procesa do nedavno bile otežane jer nisu dozvoljavale aproksimacije osne simetrije koje bi olakšale izvođenje simulacije. Asimetrija je manje vidljiva pri manjem We broju i sa manjim nagibom kosine. Kut nagiba kosine je u slučajevima promatranim u ovom radu bio $\alpha = 45^\circ$, ali je We broj bio jako malen (početne brzine su reda veličine $1m/s$), pa je asimetrija kapljice zbog kosine manje vidljiva.

Aplikacija za postprocesiranje "impactValues" koristi rezultate simulacija koje je interFoam aplikacija spremila na čvrsti disk kako bi odredila položaj prvog kontakta, kao i vrijeme u kojem je do njega došlo. Svi trenuci kontakta osim prvog su karakteristični po tome što kapljica tada ostvaruje kontakt s podlogom ne više u jednoj točki, već je u obliku kontaktne kružnice. Kako je ranije pokazano slikom 3.3, za analizu parametara ne trebamo proučavati kontaktnu kružnicu, već samo njene dvije točke koje dobijemo kao presječne točke sa pravcem gibanja kapljice po udarnom zidu. Aplikacija "impactValues" u svakom trenutku pretražuje skalarno polje tog pravca koje je poprimilo vrijednosti γ funkcije svih konačnih volumena koji pripadaju pravcu (vrijednosti su linearno interpolirane). Budući da je tražena usvojena vrijednost granice dvaju fluida $\gamma = 0.5$, aplikacija je ta-

ko programirana, da signal kontaktne točke predstavljaju ona dva konačna volumena koja su uzastopna na promatranom pravcu i nose vrijednosti γ tako da je jedna veća a druga manja od 0.5. Nakon pronalaska takva dva konačna volumena, položaj točke u kojoj je $\gamma = 0.5$ dobije se linearnom interpolacijom. Proces je ponovljen dva puta za svaki vremenski trenutak i na taj je način pronađen početak i kraj kapljice za svaki vremenski trenutak, a bezdimenzijsko vrijeme je određeno pomoću vremena prvog kontakta i vremena promatranog trenutka.

Bezdimenzijski parametar najviše visine kapljice je određen uz pretpostavku da kod udara nije došlo do odvajanja manjih kapljica od matice na pravcu gibanja kapljice niz kosinu. Proces pronalaska najvišeg konačnog volumena koji pripada kapljici se svodi na pretraživanje cijelog polja γ u pojedinom vremenskom trenutku uz to da se traži konačni volumen za kojeg je $\gamma > 0.5$ i koji ima najvišu visinu. Zbog koordinatnog sustava kakav je postavljen u OpenFOAM-u i načina na koji su inicijalizirane simulacije, ovdje se zapravo traži najveća negativna vrijednost x koordinate položaja središta konačnog volumena. Cijela aplikacija je u tekstualnom obliku priložena u nastavku. Rezultat pokretanja aplikacije je ASCII text datoteka sa četiri stupca, koji odgovaraju parametrima dinamike udara kapljice: t^* , x_f , x_b i y^* .

Header datoteka klasa za "impactValues" aplikaciju

```
#ifndef DROPLET_H
#define DROPLET_H

scalar linearInterpolate
(
    const scalar&,
    const scalar&,
    const scalar&,
    const scalar&
);
// time, velocity and position of first contact with surface
class firstContact
{
public:
    firstContact();
    firstContact
    (
        const Time&,
        const scalar&,
        const scalar*
    );
};
```

```

    scalar getTime () const;
    scalar getVelocity() const;
    scalar getZ() const;

    void operator = (const firstContact& rvalue);

private:
    scalar time;
    scalar velocity;
    scalar positionZ;
};

class impact
{
public:
    impact();
    impact
    (
        const firstContact& impactStart ,
        const Time& runTime ,
        const scalar* dropletPoint ,
        scalar D,
        const fvMesh& mesh,
        const volScalarField& gamma
    );

    scalar getTime ();

    friend Ostream& operator << (Ostream& s, const impact& i);

private:
    scalar zfNonD; //forward spread factor
    scalar zbNonD; // backward spread factor
    scalar xNonD; // nondimensional apex height
    scalar tNonD; // nondimensional time
};

#endif

Source datoteka klasa za "impactValues" aplikaciju
#include "fvCFD.H"
#include "droplet.H"

// linear interpolation of droplet contact points
scalar linearInterpolate
(
    const scalar& Z1,
    const scalar& Z2,
    const scalar& gamma1,

```

```

        const scalar& gamma2

    )
    {

        return (Z1+((Z2-Z1)/(gamma2-gamma1))*(0.5 - gamma1));
    }
    // firstContact class
    // constructors
    firstContact::firstContact ()

: time(0), velocity(0), positionZ(0)
{
    //empty body
}

firstContact::firstContact
(
    const Time& runTime,
    const scalar& velocityArg,
    const scalar* dropletPoint
)
: time(runTime.timeOutputValue()), velocity(velocityArg)
{
    if (dropletPoint[1] == 0)
        positionZ = dropletPoint[0];
    else if (dropletPoint[1] != 0 && dropletPoint[0] != 0)
        positionZ = (dropletPoint[0] + dropletPoint[1])/2;
}
// public methods
// data access
scalar firstContact::getTime () const
{
    return time;
}
scalar firstContact::getVelocity () const
{
    return velocity;
}
scalar firstContact::getZ () const
{
    return positionZ;
}

void firstContact::operator = (const firstContact& rvalue)
{
    time = rvalue.time;
    velocity = rvalue.velocity;
    positionZ = rvalue.positionZ;
}

```

```

}

// impact class
// constructors

impact::impact()

: zfNonD(0), zbNonD(0), xNonD(0), tNonD(0)

{
    // empty body
};

impact::impact
(
    const firstContact& contact,
    const Time& runTime,
    const scalar* dropletPoint,
    scalar D,
    const fvMesh& mesh,
    const volScalarField& gamma
)
{
    zfNonD = (dropletPoint[1] - contact.getZ())/D;
    // dodano zbog odstupanja u test case-u za kosi udar
    // u staklo
    if (zfNonD < 0) // test za prednji faktor prosirenja
    {
        Info << "Prednji faktor < 0: "
            << endl;
        Info << "Vrijeme greske = "
            << runTime.timeOutputValue()
            << endl;
    }
    zbNonD = (contact.getZ() - dropletPoint[0])/D;

    tNonD =
    (
        runTime.timeOutputValue() -
        contact.getTime()
    ) *
        contact.getVelocity()/D;

    // xNond
    // Find the highest cell with gamma > 0.5

    cellList meshCells = mesh.cells();

```

```

    scalar xMax = 0;
    // Default max. apex height = 0
    // For every cell check if it belongs to the droplet.
    // For every cell check if it's the highest one.
    forAll (meshCells, cellI)
    {
        if (gamma[cellI] >= 0.5)
            if (mesh.C()[cellI].x() < xMax)
                xMax = mesh.C()[cellI].x();
    }

    xNonD = -xMax/D;

};

scalar impact::getTime ()
{
    return tNonD;
}

Ostream& operator << (Ostream& s, const impact& i)
{
    s << i.tNonD << " "
      << i.zfNonD << " "
      << i.zbNonD << " "
      << i.xNonD << endl;
    return s;
}

```

Source datoteka "impactValues" aplikacije

```

#include "fvCFD.H"
#include "samplingLine.H"
#include "droplet.H"
#include "OFstream.H"

using namespace Foam;

int main(int argc, char *argv[])
{
    #include "addTimeOptions.H"
    #include "setRootCase.H"

    #include "createTime.H"

    // Get times list
    instantList Times = runTime.times();
}

```

```

// Set startTime and endTime
// depending on -time and -latestTime options
# include "checkTimeOptions.H"

runTime.setTime(Times[startTime], startTime);

# include "createMesh.H"
// Mesh start point
point startPoint(0, 0, -0.005862);
// Mesh end point
point endPoint(0, 0, 0.017586);

// Droplet start and endpoints
// when in contact with the surface
scalar dropletPointZ[2]={0,0};

// Values of first contact with surface
firstContact contact;
scalar impactNumber = 0;
impact* currentImpact = NULL;

// File output
fileName file (runTime.caseName()+".txt");
OFstream outFile (file);

// Time loop
for (label i=startTime; i<endTime; i++)
{
    runTime.setTime(Times[i], i);
    Info << "Time = "
        << runTime.timeName()
        << endl;

    IOobject gammaHeader
    (
        "gamma",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ
    );

    if (gammaHeader.headerOk())
    {
        volScalarField gamma(gammaHeader, mesh);

        samplingLine zAxisLine
        (
            mesh,

```



```

        startPoint ,
        endPoint ,
        300
    );

    // Sample the gamma field
    scalarField gammaAlongLine=
    zAxisLine.simpleInterpolate(gamma);

    label pointNum = -1;

    // Find droplet
    if (impactNumber == 0)
    {
        forAll (gammaAlongLine, gI)
            if ( gammaAlongLine[gI] >= 0.5)
            {
                dropletPointZ[++pointNum]=
                zAxisLine.points()[gI].z();
                break;
            }
    } else
    {
        label j=0;
        do
        {
            if (
                (gammaAlongLine[j] > 0 &&
                gammaAlongLine[j+1] > 0)

                &&

                (sign(gammaAlongLine[j]-0.5) !=
                sign(gammaAlongLine[j+1]-0.5))
            )
            {
                dropletPointZ[++pointNum]=
                linearInterpolate
                (
                    zAxisLine.points()[j].z(),
                    zAxisLine.points()[j+1].z(),
                    gammaAlongLine[j],
                    gammaAlongLine[j+1]
                );
                // Two-point contact control
                pointNum = 0;
            }
        }
    }

```

```

        j++;
    } while ( j < gammaAlongLine.size() - 1 );
}

if (dropletPointZ[0] != 0 || dropletPointZ[1] != 0)
    ++impactNumber;

// First contact with surface
if (impactNumber == 1)
{
    contact = firstContact
    (
        runTime,
        //Impact velocity from experiment
        1.11826,
        dropletPointZ
    );
    Info << "Nastupio je prvi udar: "
        << endl;
    Info << "Vrijeme udara: "
        << contact.getTime()
        << endl;
    Info << "Polozaj udara: "
        << contact.getZ()
        << endl;
    Info << "Udar u tockama : "
        << dropletPointZ[0]
        << " "
        << dropletPointZ[1]
        << endl;
} else if (impactNumber > 1)
{
    if (currentImpact != NULL)
        delete currentImpact;
    currentImpact = new impact
    (
        contact,
        runTime,
        dropletPointZ,
        // Given droplet diameter
        0.002931,
        mesh,
        gamma
    );

    outFile << *currentImpact;
    // Max nondimensional timespan
    if (currentImpact->getTime() >= 4)

```

```

                                exit(0);
                            }
                        }
                    else
                    {
                        Info << "no gamma" << endl;
                    }
                } // End time loop

                Info<< "End\n" << endl;

                return(0);
            } // end impactValues main()

```

3.4 Sažetak poglavlja

Nakon definicije matematičkog modela, programiranja aplikacije za post-processing i modificiranje postojeće "interFoam" aplikacije, nastavak rada pokazuje u kojem su odnosu numerički rezultati, sa onima dobivenim eksperimentalnim proučavanjem.

4 Usporedba rezultata simulacije i eksperimenta

4.1 Uvod

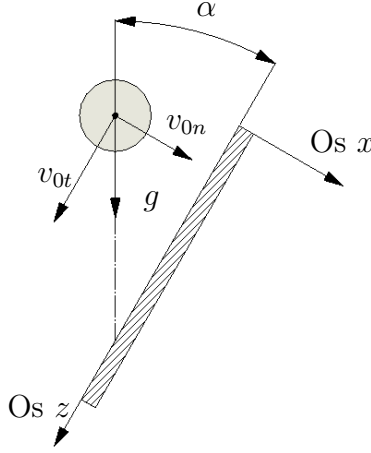
U ovom poglavlju će se povezati parametri fizikalnog procesa koji su mjereni eksperimentalnim aparatom u prvom poglavlju i takvi uključeni u matematički i numerički model procesa opisan u prethodnom poglavlju. Uspoređeni su rezultati eksperimentalnog proučavanja i numeričkih simulacija koji u obliku dijagrama opisuju dinamiku udara kapljice u kosu podlogu.

4.2 Parametri proučavanih slučajeva

Za numeričke simulacije su odabrani eksperimentalni slučajevi udara kapljica pod kutem u suhu površinu. Proces takvog udara kapljice je zanimljiv jer je po svojoj prirodi asimetričan, što je donedavno otežavalo numeričke studije takvog procesa, a osim toga takva situacija se često pojavljuje u tehničkim procesima, posebice u energetici, procesnoj tehnici i petrokemijskim industrijama koje koriste širok spektar opreme za izmjenu topline u kojoj su udari kapljica u kosu površinu česti i od velikog značaja za njihovu funkciju. Karakterizacija takvog procesa uključuje promatranje velikog broja parametara. Bitna svojstva kapljevina koje sudjeluju u procesu su: dinamička viskoznost μ , gustoća ρ , i površinska napetost σ . Eksperimentalna promatranja, kao i numeričke studije su pokazale da su za udar kapljice u površinu bitni i statički kontaktni kutevi θ_a i θ_r . Za eksperimentalno proučavanje i numeričke simulacije odabrane su Newtonovske kapljevine.

Početni uvjeti numeričke simulacije su određeni jednoznačno sa parom bezdimenzijskih parametara koji su mjereni tijekom eksperimenta na prethodno objašnjen način, neposredno prije prvog kontakta kapljice i podloge. Budući da je tako We definiran sa izrazom 2.1, a Re sa 2.2, promjer kapljice i njezina brzina u trenutku kontakta s podlogom se lako izračunaju. Slika 4.1 pokazuje koordinatiziran problem simulacije kapljice koja udara u kosu podlogu sa koordinatnim sustavom koji je korišten u računalnom alatu OpenFOAM.

Kut udara kapljice, kao i brzina prvog dodira sa površinom određuje veličinu numeričke domene proračuna. Nakon što je iz zadanih We i Re brojeva određenih eksperimentom izračunata brzina prvog kontakta s podlogom, početna brzina za numeričku simulaciju kapljice je izračunata po principu slobodnog pada, tj. zakona očuvanja mehaničke energije. Utje-



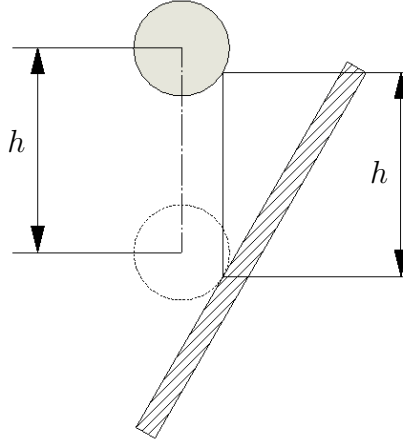
Slika 4.1: Početni trenutak simulacije.

caj strujanja zraka na formiranje oblika kapljice koje numerički rješavač OpenFOAM-a, aplikacija interFoam, uzima u obzir, ovdje je zanemarena, jer se radi o promjeni visine reda veličine pola milimetra. Vrijednost početne visine zadana je iskustveno, dovoljno velika da numerička simulacija ispravi greške inicijalizacije poput uniformnog polja brzine i nepravilne površine kapljice. Za tako zadanu visinu, početna brzina se odredi preko zakona očuvanja mehaničke energije:

$$v_0 = \sqrt{u^2 - 2gh} \quad (4.1)$$

gdje je u brzina prvog kontakta kapljice i podloge, a v_0 brzina početnog trenutka simulacije koja će odrediti uniformno polje brzine kapljice za $t = 0$. Kao što se vidi na slici 4.2, početna visina kapljice je uzeta u proračun brzine uz pretpostavku zanemarenja deformacije kapljice tijekom pada po toj visini. Animacije su pokazale da se oblik kapljice mijenja od početnog trenutka do trenutka prvog kontakta s podlogom, ali ta se promjena odnosi samo na zaglađivanje površine, nije vidljiva promjena u sfernom obliku kapljice. To omogućava proračun slobodnog pada preko razlike u visini točke dodira koja se u tom slučaju trivijalno odredi.

Kada kapljica udara u horizontalnu podlogu, proces njezinog udara se može promatrati kao osnosimetričan proces i na taj način se može pojednostavniti njegovo proučavanje. Tako se npr. stupanj prekrivanja površine lakše odredi jer je kapljica u svakom trenutku udara u kontaktu sa površinom po simetričnoj kružnici (krugu). Proces udara kapljice u kosu podlogu je upravo zbog nagiba podloge u odnosu na smjer gibanja kapljice asimetričan. Kapljica, ako promatramo idealan geometrijski slučaj,



Slika 4.2: Visina kapljice u trenutku t_0 .

u trenutku prvog kontakta s podlogom dira podlogu u jednoj točki. Što preciznije odrediti položaj te točke, kao i trenutak prvog kontakta, bila je zadaća kako simulacije, tako i eksperimentalnog proučavanja.

Budući da je podloga nakošena, nakon nekoliko trenutaka je ona točka koja je niz kosinu već nešto pomaknutija u odnosu na točku prvog dodira, od točke koja je viša na kosini. Razlog tome je što je gibanje donjeg dijela kapljice ubrzano ne samo kinetikom udara, već i djelovanjem gravitacijske sile. Na početku udara prevlast po intenzitetu imaju inercijske sile nad silama napetosti i još više nad gravitacijskim silama, pa asimetrija proširenja kapljice uslijed udara u kosu podlogu postaje primjetnija sa odmakom vremena simulacije/eksperimenta. Dinamika odvijanja procesa udara kapljice u kosu podlogu opisuje se bezdimenzijskim parametarima udara: faktor prednjeg proširenja x_f , faktor stražnjeg proširenja x_b i faktor najveće visine kapljice y^* , koji se dijagramski prikazuju kao funkcije bezdimenzijskog vremena udara t^* . Zbog prethodno objašnjenih fizikalnih uvjeta, očekuje se početna usklađenost dijagrama x_f i x_b i kasnije sve veće odudaranje. Bezdimenzijski parametri udara kapljice u kosu podlogu zadani su izrazima:

$$t^* = \frac{tu}{D}, \quad (4.2)$$

$$x_f = \frac{z_f}{D}, \quad (4.3)$$

$$x_b = \frac{z_b}{D}, \quad (4.4)$$

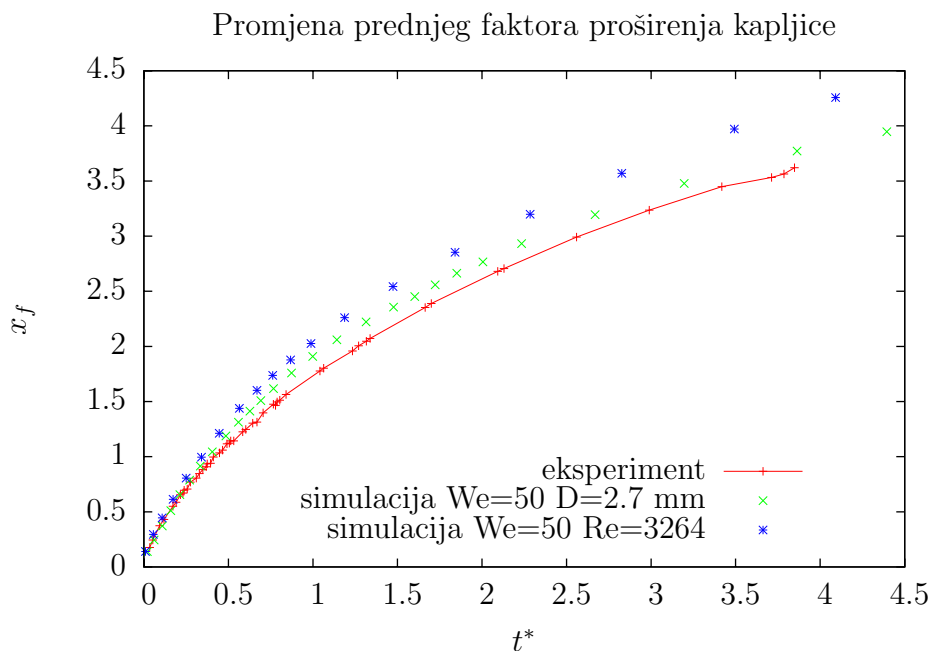
$$y^* = \frac{y}{D}, \quad (4.5)$$

gdje je t^* bezdimenzijsko vrijeme udara, t je realno (mjereno/računato) vrijeme, u_i je brzina u trenutku prvog kontakta s podlogom (nadalje brzina kontakta), D je promjer kapljice u trenutku neposredno prije prvog kontakta s podlogom, x_f je faktor prednjeg proširenja kapljice (faktor povećanja promjera u smjeru pada kosine) i x_b faktor stražnjeg proširenja kapljice (faktor povećanja promjera u smjeru rasta kosine). Udaljenosti z_f i z_b su udaljenosti krajnjih točaka kapljice (z_f je prednja udaljenost, a z_b je stražnja) od točke prvog kontakta i one se računaju algoritmom koji je objašnjen u trećem poglavlju.

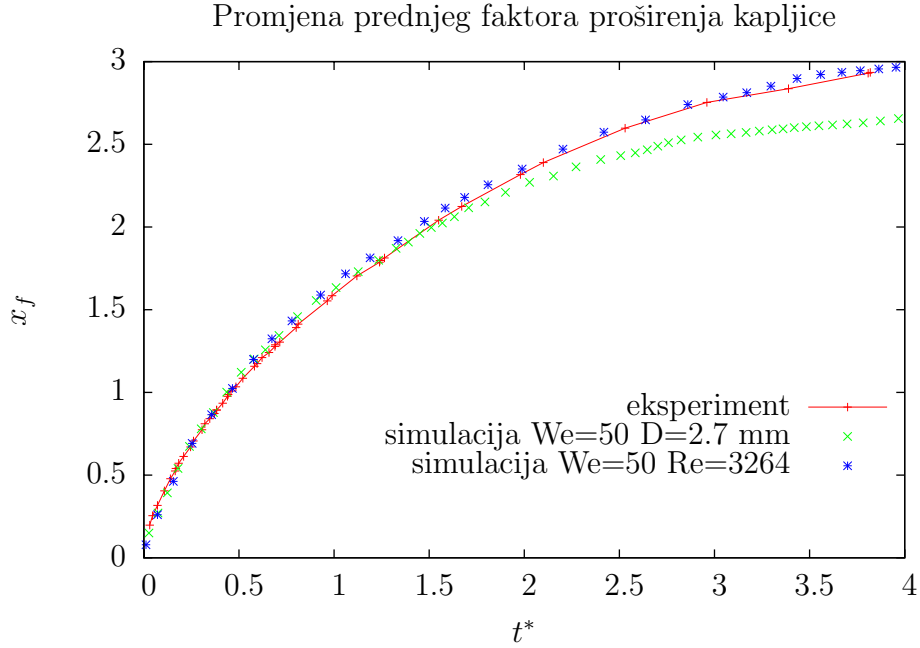
Za numeričke simulacije korišteno je osobno računalo sa Pentium 4 procesorom od 3.00 GHz i 1 GB RAM-a. Vrijeme trajanja simulacije pojedinog slučaja je variralo ovisno o prethodno objašnjenoj početnoj visini kapljice u odnosu na podlogu (h) i o We broju. Ako je visina bila manja, tada je kapljica bila smještena bliže udarnom zidu, gdje je mreža konačnih volumena bila finija. Ukoliko je uz manju početnu visinu, bila veća početna brzina, onda bi simulacija trajala nešto duže jer bi vremenski korak zbog osiguranja kriterija maksimalnog Courantovog broja ($maxC_o = 0.4$) bio veći. Eksperimentalno proučavanje kosog udara rezultiralo je dijagramima na kojima je krajnje t^* iznosilo oko 10. To je omogućilo zaustavljanje simulacije kada se uspostavi takvo t^* , što je pak bilo grubo određeno jednostavnim računom slobodnog pada. Sve simulacije trajale su oko 9 sati realnog vremena.

4.3 Usporedba numeričkih rezultata i rezultata eksperimenta

Rezultati promatranja utjecaja hrapavosti površine u koju pod kutem udara kapljica vode sa zadanim We i Re brojevima, tj. We brojem i D (promjerom kapljice) prikazani su u obliku dijagrama za površinu glatkog stakla i glatkog voska. Površinska hrapavost je mjerena precizno, a njezin je utjecaj na odvijanje procesa udara kapljice opisan sa modelom dinamičkog kontaktnog kuta, koji se pak oslanja na mjerene vrijednosti statičkih kontaktnih kuteva. Tako je za glatko staklo izmjereno $\theta_a = 10^\circ$ i $\theta_r = 6^\circ$, a za glatku voštanu površinu $\theta_a = 105^\circ$ i $\theta_r = 95^\circ$. Dijagrami usporedbe rezultata eksperimenta i simulacije pokazuju rezultate dvaju numeričkih slučajeva i eksperimentalne rezultate s kojima je vršena usporedba. Numerički rezultati koji se uspoređuju sa eksperimentalnim su označeni plavom bojom a njihovi početni uvjeti su određeni sa $We = 50$ i $Re = 3264$, kako je i označeno na dijagramima. Drugi numerički slučajevi zadani su sa $We = 50$ i $D = 2.5mm$.



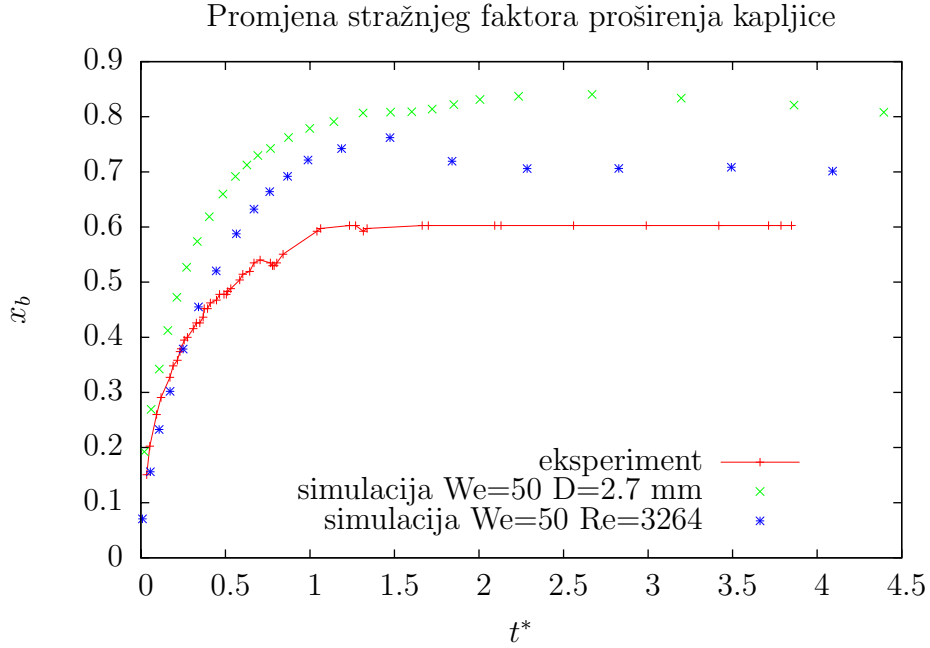
Slika 4.3: Dijagram $x_f = f(t^*)$ za staklo.



Slika 4.4: Dijagram $x_f = f(t^*)$ za vosak.

Tijekom izvođenja numeričkog proračuna modificirana interFoam aplikacija je osim γ polja spremila i vrijeme prvog kontakta kapljice s podlogom u odnosu na nulto vrijeme početka numeričke simulacije. Proračunom slobodnog pada izračunato je vrijeme potrebno kapljici da prijeđe početnu visinu i ono je različito od vremena kojeg je spremila interFoam aplikacija sa 10% prosječnog odstupanja. Uzroci tog odstupanja nisu određeni u okviru ovog rada. To odstupanje uzrokuje razliku u brzini kapljice pri prvom kontaktu u odnosu na brzinu izmjerenu u eksperimentu, a zbog te razlike je i proces udara drugačiji. Dijagrami pokazuju dobro poklapanje sa eksperimentalnim podacima izuzev dijagrama na slici 4.5, koji prikazuje promjenu stražnjeg faktora proširenja po izrazu 4.4 za staklo. Pretpostavka je da su odstupanja uzrokovana razlikom u brzini kapljice pri prvom kontaktu vidljivija na staklu jer se radi o hrapavijoj površini.

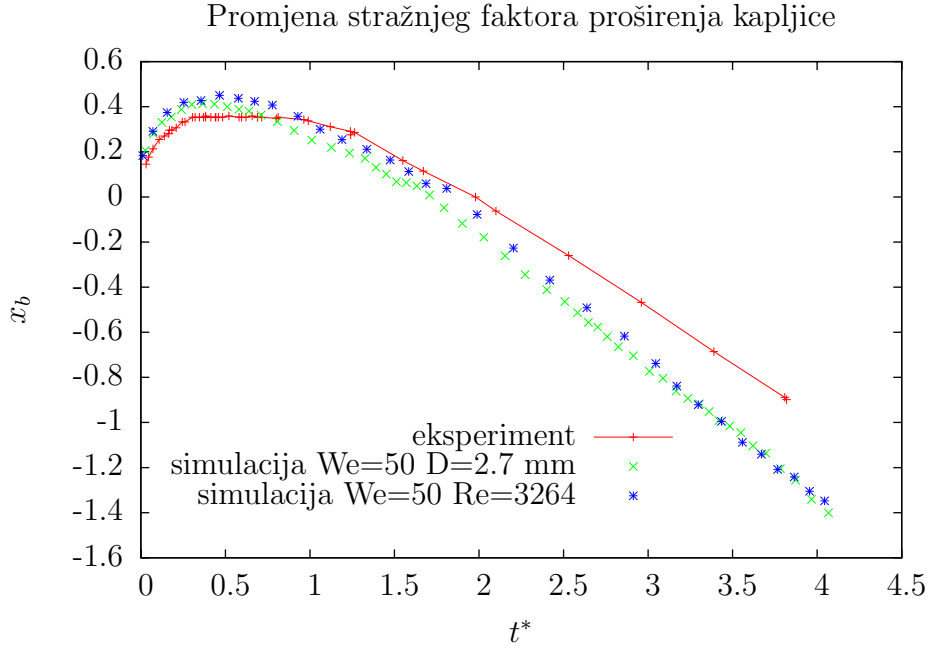
Dijagrami 4.3 i 4.4 opisuju način na koji se po izrazu 4.3 izdužuje kapljica u smjeru niz kosinu tijekom udara. Kapljica tijekom cijelog procesa udara, a i kasnije kada počne teći niz kosinu, ubrzava zbog djelovanja gravitacije. Zbog toga se njezina najniža točka (promatrano po slici 4.2) sve više udaljava od točke prvog kontakta s podlogom, pa vrijednost x_f na dijagramima 4.3 i 4.4 neprekidno raste.



Slika 4.5: Dijagram $x_b = f(t^*)$ za staklo.

Kada se promatra promjena faktora stražnjeg proširenja kapljice računatog po izrazu 4.4, dijagrami 4.6 i 4.5 jasno pokazuju razlike između voštane i staklene površine. Dva promatrana numerička slučaja su definirana malim vrijednostima We broja, pa su udarne brzine kapljica malene. To znači da inercijske sile imaju malen utjecaj na proces jer su proporcionalne brzini u Re broju ili njenom kvadratu u We broju. Gravitacija djeluje na jednak način na proces udara u oba slučaja jer je nagib kosine tj. kut udara jednak. Površina voska je puno glađa od površine stakla, što uzrokuje razlike u načinu širenja tekućine kapljice u smjeru uz kosinu.

Kod glađe površine voska dio kapljice se penje uz kosinu dok ne uspori, da bi se nakon toga vratio i pripojio dijelu tekućine koji struji niz kosinu. Upravo to prikazuje dijagram na slici 4.6, gdje vrijednost x_b postaje negativna, nakon što pri povratku tekućina prijeđe preko točke prvog kontakta i nastavi se gibati niz kosinu. Podsjetimo: po izrazu 4.4 udaljenost z_b mjerimo pozitivno u smjeru porasta visine na kosini.



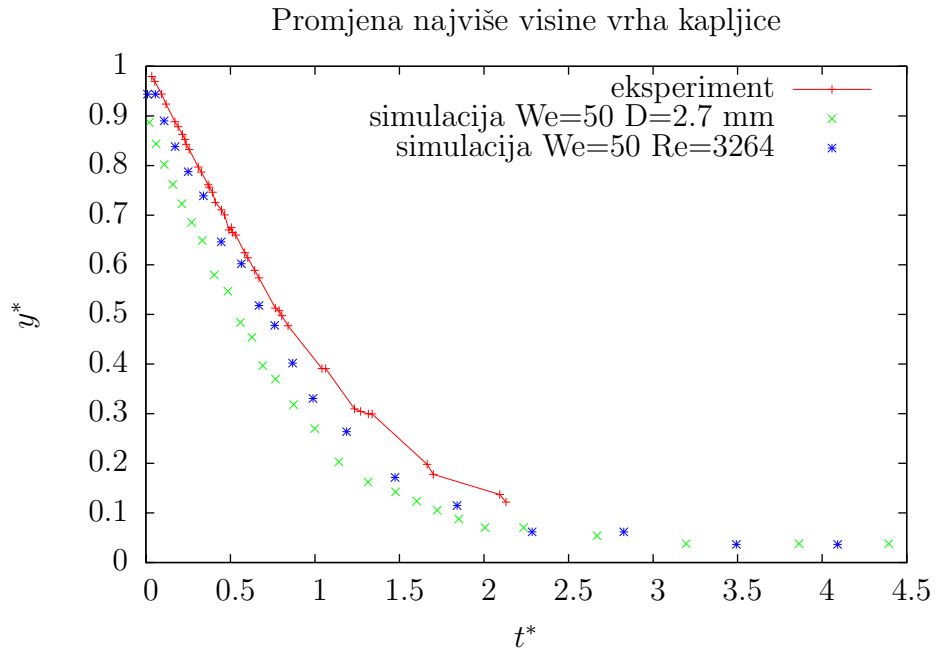
Slika 4.6: Dijagram $x_b = f(t^*)$ za vosak.

Staklo ima puno hrapaviju površinu, što otežava širenje tekućine kapljice uz kosinu pri ovako malim brzinama udara. Zbog toga ne dolazi do povratka tekućine kada jednom dio kapljice koji je proširen uz kosinu postane dovoljno tanak što i pokazuje dijagram na slici 4.5.

Promjena najviše visine vrha kapljice se odvija na način koji odgovara pretpostavci o utjecaju hrapavosti na promjenu x_b faktora, što se vidi na dijagramima: slika 4.8 i slika 4.7. Kod udara u vosak i u staklo, početna vrijednost je nešto manja od 1, zbog načina određivanja vrijednosti y^* po izrazu 4.5. Iako je pad kapljice do prvog kontakta kratkog trajanja, zadana početna brzina oblikuje kapljicu zbog interakcije sa okolnim zrakom. Osim toga, inicijalizirano polje *gamma* u početnom trenutku formira kapljicu nepravilnog oblika, koji je kasnije korigiran u što bolju aproksimaciju sfere. To su razlozi odstupanja y^* od 1 u početnom trenutku simulacije, koja su dovoljno malena da ne utječu bitno na razlike u rezultatima.

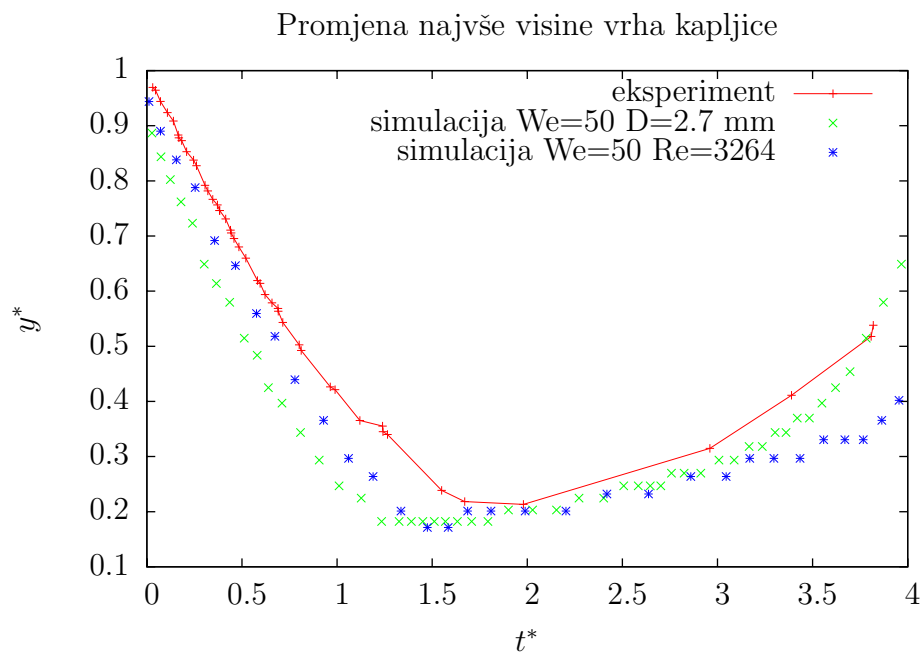
Kod voštane površine se jednako kao kod dijagrama na slici 4.6 promjene stražnjeg faktora proširenja kapljice vidi da u početku dolazi do širenja kapljice niz kosinu, ali i uz kosinu. To je opisano dijelom dijagrama na slici 4.8 gdje y^* kontinuirano opada. To znači da se vodena masa kapljice rasprostranjuje u svim smjerovima radijalno u odnosu na točku udara. Kasnije se dio vodene mase koji je bio tekao uz kosinu, zbog djelovanja gravitacijske

sile vraća i počinje teći zajedno sa masom koja teče niz kosinu. Zbog toga dolazi do gomilanja vodene mase na najnižem dijelu kapljice (u odnosu na sliku 4.2). Zbog toga u drugom dijelu dijagrama na slici 4.8 vrijednost y^* raste.



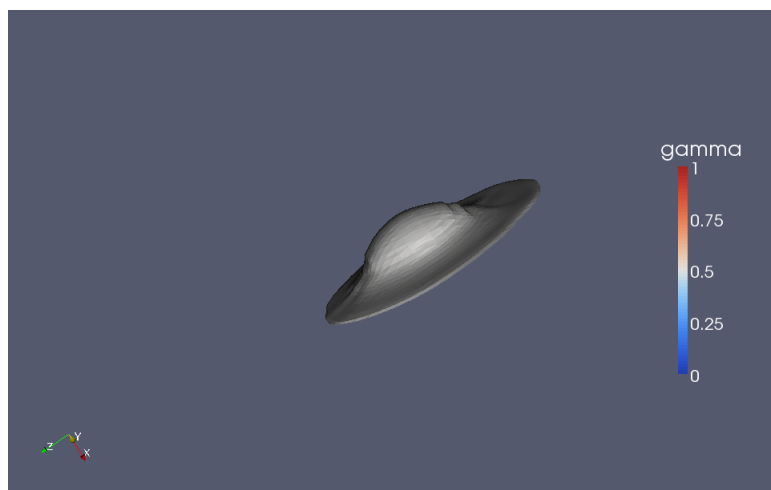
Slika 4.7: Dijagram $y^* = f(t^*)$ za staklo.

Dijagram na slici 4.7 pokazuje kako hrapavost površine usporava širenje kapljice. Vrijednost y^* kontinuirano opada i ne raste ponovno kao u slučaju voštane površine jer nema povratka mase kapljice i priključivanja dijelu koji klizi niz kosinu, barem ne u vremenskom intervalu promatranja udara kapljice u ovom radu.



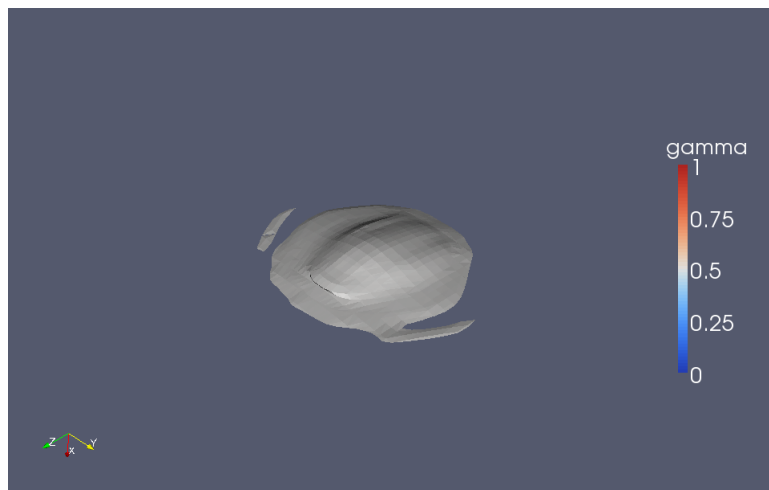
Slika 4.8: Dijagram $y^* = f(t^*)$ za vosak.

Slika 4.9 pokazuje kako kosina uzrokuje asimetričnu raspodjelu mase kapljice u odnosu na točku prvog kontakta, koja onemogućava aproksimacije osnosimetričnosti i do nedavno je otežavala ovakve simulacije.



Slika 4.9: Asimetrija kosog udara.

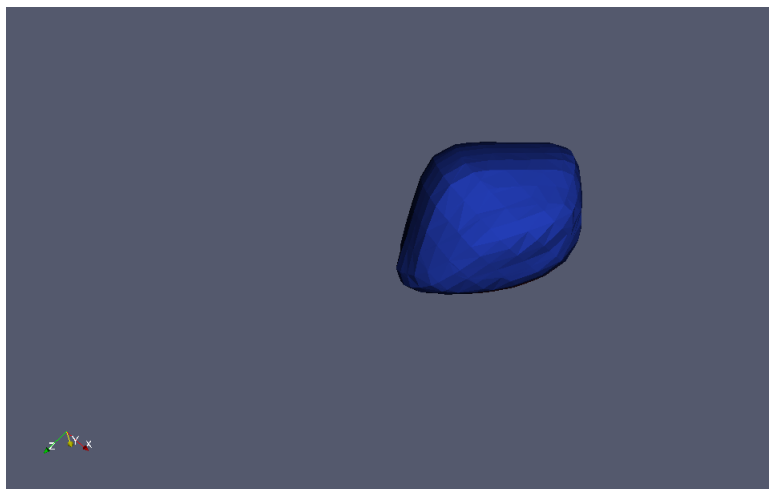
Vidimo da je najveći dio mase kapljice pomaknut ulijevo u odnosu na sredinu područja kojim kapljica pokriva podlogu. Još jedan način promatranja te asimetrije daje slika 3.4. Na toj slici je asimetrija nešto teže uočljiva jer se radi o malim brzinama udara kapljice, a promatran je trenutak blizak trenutku prvog kontakta.



Slika 4.10: Prskanje pri udaru u podlogu.

Slika 4.10 pokazuje odvajanje manjeg dijela tekućine kapljice kod udara pri većim brzinama i većim kontaktnim kutem. Kod takvih slučajeva je problem postaviti početnu visinu kapljice jer veća visina daje vremena strujanju zraka da promjeni sferni oblik kapljice, a manja ne daje dovoljno vremena za zaglađivanje inicijalizirane hrapave površine kapljice.

Rezultat zadavanja velike brzine udara kapljice i postavljanje iste na veliku početnu visinu dobro opisuje slika 4.11. Kapljici je određena početna brzina od čak $20m/s$, za razliku od slučajeva promatranih dijagramski gdje su brzine bile reda veličine $1m/s$. Zbog dugotrajnog pada, zrak koji struji oko kapljice formira njezin oblik. Iz tog razloga je potrebno raditi kompromis između dovoljno velike početne visine za zaglađenje površine kapljice, a dovoljno malene visine da ne dođe do značajne deformacije njezinog sfernog oblika.



Slika 4.11: Promjena sfernog oblika kapljice

Promjena oblika kapljice znači promjenu veličine njezinog promjera, koja pak određuje vrijednost svih bezdimenzijskih parametara udara: 4.5, 4.3 i 4.4. Ukoliko je nemoguće izbjeći takve promjene, potrebno je računati ekvivalentan promjer kapljice po izrazu 2.3. Takva aproksimacija ekvivalentnog promjera najvjerojatnije ne bi bila dovoljno točna u slučaju izražene deformacije kapljice prikazane na slici 4.11, jer se radi o prostornoj deformaciji. Proračun točnijeg ekvivalentnog promjera bi zahtijevao programiranje dodatne numeričke funkcije klase droplet, koja bi računala ekvivalentan promjer.

4.4 Sažetak poglavlja

U ovom poglavlju objašnjeno je određivanje početnih uvjeta numeričkih simulacija. Opisani su bezdimenzijski parametri udara kapljice u kosu površinu. Objašnjen je proces udara u kose površine detaljno, tumačenjem dijagrama bezdimenzijskih parametara. Podudaranje numeričkih rezultata onima dobivenim eksperimentom je dovoljno za kvalitativnu analizu fizikalnog procesa, što je i bio cilj.

5 Zaključak

Da bi se udar kapljice opisao u dovoljno velikom opsegu da se iz njega mogu izvući zaključci koji mogu utjecati na način provođenja industrijskih procesa u kojima su udari bitan faktor, potrebno je izvršiti numeričku analizu i usporedbu sa eksperimentalnim podacima na puno više slučajeva. Tada bi se, varirajući parametre udara, mogli odrediti optimalni uvjeti za pojedine industrijske procese. Tako bi se npr. za industrijski proces lakiranja mogli odrediti parametri udara poput optimalne veličine kapljice, viskoznosti i We broja pri kojem za određeni spektar udarnih kuteva dolazi do dobrog prekrivanja površine uz minimalno prskanje (odvajanje mase manjih kapljica od matične kapljice). S druge strane, ako se izvode zaključci koji optimiraju rashladne procese, oni možda obuhvaćaju drugačije vrijednosti, drugačijeg seta parametara.

U tu svrhu trebalo bi proučiti velik broj slučajeva, uz obavezan puni pristup eksperimentalnim podacima koji su za njih vezani, iz više izvora, kako bi točnost numeričkih simulacija bila maksimalno potvrđena. Tada bi se simulacije udara kapljica u kosu podlogu izvedene pomoću aplikacija pokazanih i izrađenih u sklopu ovog rada mogle samostalno koristiti za optimiranje parametara bitnih za industrijske procese vezane za udare kapljica u kose površine.

Literatura

[1] Šikalo, Š, Analysis of Droplet Impact onto Horizontal and Inclined Surfaces, Shaker Verlag, Aachen, 2003.

[2] Ubbink, O., Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces, Imperial College of Science, Department of Mechanical Engineering, London, 1997.

Lafore, R., C++ Interactive Course: Fast Mastery of C++, Waite Group Press, 1996.

Garrels, M., Introduction to Linux 2nd edition, Fultus Corporation, 2007.

Online OpenFOAM dokumentacija i forum:

<http://foam.sourceforge.net/doc/Doxygen/html>

<http://openfoam.cfd-online.com/cgi-bin/forum/discus.cgi>

OpenFOAM dokumentacija:

OpenFOAM Programmer's Guide version 1.4.1, OpenCFD, 2007.

OpenFOAM User Guide version 1.4.1, OpenCFD, 2007.